CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017
Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Clasa a IX-a

1. Să se rezolve ecuația: $\sqrt{4x^2-4x+1}+5=2|3-6x|$.

Soluție:

$\sqrt{4x^2-4x+1}=\sqrt{(2x-1)^2}=|2x-1|$ 1p

$|3-6x|=|-3(-1+2x)|=3|2x-1|$ 1p

$|2x-1|+5=6|2x-1|$ 1p

$|2x-1|=1$ 1p

$2x-1=1$ cu solutia x=1 1p

$2x-1=-1$ cu solutia x=0 1p

$x\in\{0,1\}$ 1p

2. Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}, n\geq 1$.

a) Să se arate că $a_n=\frac{n}{n+1}\ (\forall)n\geq 1$.

b) Să se arate că $a_n\in[0,1), (\forall)n\geq 1$.

c) Să se afle $n\in\mathbb{N}^*$ știind că $\{a_n\}=0{,}99$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului x .

Soluție

a) $a_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ (1p) $\Rightarrow a_n=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$ (1p)

b) $\left.\begin{array}{l} a_n\geq 0\ (\forall)n\geq 1 \\ a_n=1-\frac{1}{n+1}<1 \end{array}\right\}\Rightarrow 0\leq a_n<1, (\forall)n\geq 1$ (2p)

c) Din b) $\Rightarrow [a_n]=0\ (1p)\Rightarrow \{a_n\}=a_n\ (1p)\Rightarrow \frac{n}{n+1}=0.99\Rightarrow n=99$ (1p)

3. Fie triunghiul ABC si G centrul sau de greutate. Se considera punctele M ,N ,P astfel incat M mijlocul segmentului (AC); $\overrightarrow{BN}+2\overrightarrow{AN}=\vec{0}$ si $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PC}$.

a) Sa se arate ca $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})$

b) Sa se descompuna vectorii $\overrightarrow{GN}$ si $\overrightarrow{GP}$ dupa vectorii $\overrightarrow{BA}$ si $\overrightarrow{BC}$.

c) Sa se arate ca punctele N,G,P sunt coliniare.

<u>**Soluție**</u>

a) $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})$ 1p

$\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})$ 1p

b) $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$ 1p

$\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ 1p

$\overrightarrow{BP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ 1p

$\overrightarrow{GP}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ 1p

c) $\overrightarrow{GN}=-\overrightarrow{GP}$ si punctele N,G,P coliniare 1p

4. O tribună a unui stadion se compune din 41 de rânduri de scaune si pe fiecare rând următor se află cu 10 locuri mai multe decât pe rândul precedent. În ultimul rând sunt 500 de locuri. Câți spectatori pot intra în acea tribună?

<u>**Soluție**</u>

Numarul de locuri de pe cele 41 de randuri formează o progrestie aritmetică avand rația 10 (1p)

Dacă r_1 este numarul de locuri de pe primul rând și r_{41} numarul de locuri de pe ultimul rând atunci:

$$\left.\begin{aligned} r_{41} &= 500 \ \ (1p) \\ r_{41} &= r_1 + 40\cdot 10 \ \ (1p) \end{aligned}\right\} \Rightarrow 500 = r_1 + 400 \Rightarrow r_1 = 100\ (1p)$$

Numarul total de locuri este: $\frac{(r_{41}+r_1)\cdot 41}{2}=\frac{(100+500)\cdot 41}{2}=12300$ (3p)